

I) Analyse et holomorphie

1) Séries entières

- rayon de CV, Abel
- entières, dérivabilité
- ↳ exponentielle

2) Fonctions analytiques

- cas des séries entières
- prolongement analytique
- ↳ fct caractéristique de la gaussienne (DEV1)
- zéros isolés

3) Holomorphie

- définition, stabilité
- équations de Cauchy-Kowalewski
- ↳ $f' = 0 \Rightarrow f$ cste
- ↳ f cste $\Leftrightarrow f \in \mathcal{H}(\mathbb{C}) \Leftrightarrow \operatorname{Re}(f)$ cste

[TAUVEL]

[QUEFFELEC - QUEFFELEC]

[GARET - KURTZMANN]

[EL AMRANI]

II) Intégration complexe

1) Théorie de Cauchy

- chemins, indice
- intégration complexe
- ↳ lien avec les primitives
- thm de Cauchy

2) Conséquences du thm de Cauchy

- holomorphe = analytique (DEV2)
- inégalité de Cauchy
- thm de Liouville
- thm de d'Alembert - Gauss
- formule de la moyenne
- ↳ principe du maximum
- holomorphie des séries / intégrales

III) Méromorphie

1) Singularités

- singularité effaçable
- ↳ prolongement fct holomorphe
- pôle
- fct méromorphe
- classification des singularités

2) Théorème des résidus et applications

- résidu
- série de Laurent
- thm des résidus
- calcul d'intégrales:
- ↳ fct caractéristique de la Cauchy (DEV3)
- ↳ $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^2} dt = \frac{\pi}{2}$
- ↳ $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$